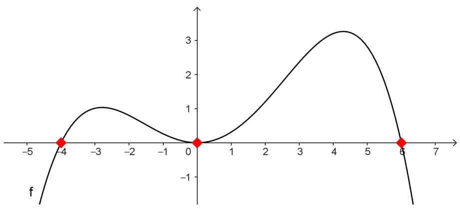
Nullstellen einer Funktion

Wissensspeicher

Nullstellen einer Funktion

Eine Zahl x aus der Definitionsmenge einer Funktion f ist eine **Nullstelle von f** genau dann, wenn $f(x) = 0$ gilt.

Die Nullstellen einer Funktion f sind also die x-Werte aus der Definitionsmenge von f, an denen der Funktionsgraph die x-Achse schneidet oder berührt.



Strategie - Nullstellenbestimmung mit direkten Verfahren

In einfachen Fällen kann man die Nullstellen einer Funktion durch Umformen oder mit bekannten Formeln bestimmen.

Lineare Funktionen: $f(x) = ax + b$ (mit $a \neq 0$)

Nullstelle: $x = \frac{-b}{a}$

Beispiel

$f(x) = 2x - 1$

Quadratische Funktionen: $f(x) = ax^2 + bx + c$ (mit $a \neq 0$)

Nullstellen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Beispiel

$f(x) = 4x^2 - 8x - 12$

Strategie - Nullstellenbestimmung mit einer Faktorisierung

Zur Bestimmung der Nullstellen einer ganzrationalen Funktion versucht man, den Funktionsterm in ein Produkt aus Teiltermen umzuformen. Es gilt nämlich der folgende Satz über Nullprodukte: Die Zahl a ist eine Lösung der Gleichung $p(x) \cdot q(x) = 0$ genau dann, wenn a eine Lösung von $p(x) = 0$ oder von $q(x) = 0$ oder von beiden Gleichungen ist.

Situation:
Es liegt bereits eine Produktform vor:

Beispiel

$f(x) = x(x-1)^2(x^2+2)$

$f(x) = 0$ genau dann, wenn
$x = 0$ oder
$(x-1)^2 = 0$ oder
$x^2 + 2 = 0$

Nullstellen:

Situation:
Man erzeugt durch Ausklammern eine Produktform:

Beispiel

$f(x) = x^4 - 4x^2 =$

$f(x) = 0$ genau dann, wenn

Nullstellen: